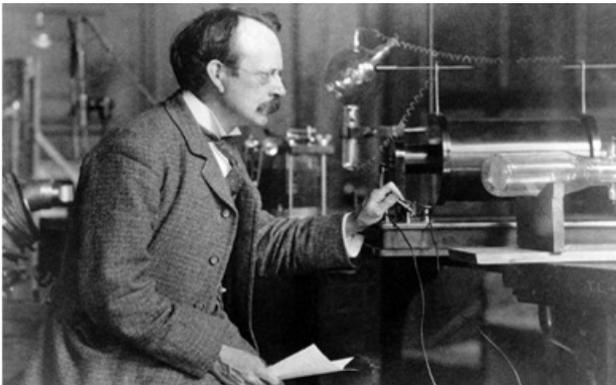


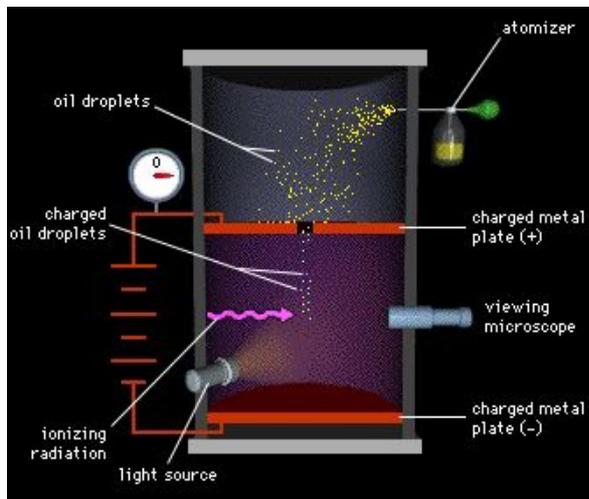
## LA LEZIONE

### La carica elementare

Dai primi esperimenti realizzati con un numero elevato di goccioline di acqua (cloud) ionizzate in caduta, (1897-1903) di Joseph John Thomson, John Townsend e Charles Wilson al Cavendish Laboratory di Cambridge, alle singole goccioline di olio studiate da Robert Millikan e Harvey Fletcher nel 1910 nell'Università di Chicago vi fu un rapido miglioramento della misura della carica atomica.



*Fig.1 J. J. Thomson, direttore del Cavendish Laboratory dal 1894 al 1919, accanto alla strumentazione utilizzata nei primi studi dell'elettrone*



*Fig.2 Schema dell'apparato utilizzata da Millikan per la misura della carica elementare*

Tanto che gli odierni valori della carica elementare (CODATA 2010)  $e = (1,602176565 \pm 0,000000035) 10^{-19} \text{ C}$ , se approssimati alle prime cifre decimali, non sono molto distanti da quelli ottenuti da Millikan con singole goccioline tra il 1910 e il 1913.

Il confronto diretto tra il valore attuale che utilizza l'unità del Sistema Internazionale e quello indicato dal fisico statunitense in unità elettrostatiche implica una serie di assunzioni. Per capire i risultati di Millikan è più facile allora confrontare il numero di Avogadro  $N = (6,062 \pm 0,012) 10^{23}$  (ricavato dall'autore in un articolo del 1913 a partire da una selezione dei suoi dati e dalla costante di Faraday) con il valore  $N_A = (6,02214129 \pm 0,00000027) 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  (CODATA 2012).

Ritornando alle unità elettrostatiche, poiché in tale sistema la legge di Coulomb si riduce a  $F = q_1 q_2 / r^2$ , si fissa il valore della costante dielettrica del vuoto  $\epsilon_0$ . Nel Sistema Internazionale le costanti che assumono, nelle definizioni delle unità delle sette grandezze fondamentali, un valore esatto sono: la velocità della luce nel vuoto  $c$  (definizione di metro) e la permeabilità magnetica del vuoto  $\mu_0$  in modo implicito (definizione di ampere)<sup>1</sup>. L'odierna tendenza è, come abbiamo già ricordato, quella di utilizzare la costante di Boltzmann per definire il kelvin. Le altre costanti fondamentali candidate per le nuove definizioni sono: il numero di Avogadro, la costante di Planck e la carica elementare. La carica elettrica pur non essendo una grandezza fondamentale, per le sue importanti proprietà (quantizzazione, validità del principio di conservazione sia nei fenomeni macroscopici che in quelli microscopici) già riveste un ruolo privilegiato tra le grandezze elettromagnetiche e il valore della carica del protone (o dell'elettrone) è una sorta di unità naturale per tale grandezza. La misura moderna della carica elementare è sempre passata attraverso la determinazione di altre costanti. In particolare, attraverso la grandezza adimensionale  $\alpha = e^2 / 2\epsilon_0 hc$ , chiamata costante di struttura fine, misurabile in elettrodinamica quantistica con una precisione di 0,71 parti su un miliardo. Negli ultimi anni si è andata affermando<sup>2</sup> la misura (valida per sistemi quantistici

<sup>1</sup> Si noti che in questo modo è fissata anche la costante dielettrica del vuoto.

<sup>2</sup> L'altro fenomeno quantistico che viene utilizzato è l'effetto Josephson che sarà discusso in una delle lezioni che segue.

bidimensionali, a temperature prossime allo zero assoluto e sottoposti a intensi campi magnetici) della costante di von Klitzing, avente le dimensioni di una resistenza,  $R_k = h/e^2$ . L'universalità del fenomeno, chiamato effetto di Hall quantistico intero, verificato recentemente con il grafene, spinge verso una definizione esatta della carica elementare.

### La quantizzazione della carica

La quantizzazione della carica elettrica è oggi un fatto sperimentale. Nel 1910, Millikan assunse l'espressione:  $q = ne$  (con  $e$  valore della carica elettrica minima osservabile e  $n$  valore intero) relativa alla carica di una singola goccia ionizzata come un principio guida. Un criterio di selezione per le misure ottenute. Il programma di ricerca del fisico di Chicago era molto chiaro. Come scrisse in un articolo del 1910:

*"Tra tutte le costanti fisiche ve ne sono due che tutti riconosceranno come di fondamentale importanza: una è la velocità della luce, che compare in molte delle equazioni fondamentali della fisica teorica, e l'altra è la carica elettrica ultima, o elementare, una conoscenza della quale rende possibile una determinazione dei valori assoluti di tutti i pesi atomici e molecolari [...] Mentre la velocità della luce è ora conosciuta con una approssimazione di uno su ventimila, il valore della carica elettrica elementare è stato fino a pochissimo tempo fa estremamente incerto."*<sup>3</sup>

Il valore medio che Millikan ottenne nel 1910, a partire dalla analisi di singole gocce di acqua, coincide con quello proposto da Rutherford a seguito delle misure dei raggi alfa ( $4,65 \cdot 10^{-10}$  ues), ed è molto vicino a quello di Planck indicato nella teoria del corpo nero ( $4,69 \cdot 10^{-10}$  ues). La strumentazione del fisico americano non era ancora giunta al metodo canonico delle goccioline d'olio mosse dall'interazione tra forza peso ed elettrica (che gli valse il premio Nobel nel 1923).

<sup>3</sup> R. A. Millikan, A new modification on the cloud method of determining the elementary electrical charge and the most probable value of that charge, Philosophical Magazine, 19, 1910, pp. 209-228.

L'affinamento delle tecniche e la convinzione che le osservazioni dei valori fossero uguali a multipli esatti della più piccola carica ottenuta lo portò tra il 1910 e il 1913 a pubblicare un valore per la quantità elementare dell'elettricità pari a:  $(4,774 \pm 0,009) \cdot 10^{-10}$  ues. Si tenga presente che il valore di 1,602 coulomb dei manuali scolastici corrisponde a  $4,8 \cdot 10^{-10}$  ues.

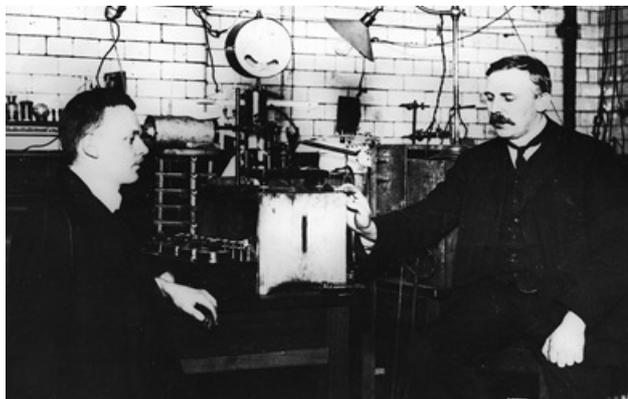


Fig.3 Hans Geiger e Ernest Rutherford accanto alla strumentazione per le misure sulle particelle alfa

Paradossalmente nello stesso periodo uno studioso austriaco Felix Ehrenhaft (che pure inizialmente aveva ottenuto un valore di  $4,6 \cdot 10^{-10}$  ues dall'esame di soluzioni colloidali) con strumentazione più sofisticata di quella di Millikan giunse alla conclusione dell'esistenza di valori di carica molto più piccoli di quella dell'elettrone. La polemica che seguì fu di fatto tacitata dal premio Nobel assegnato all'americano nel 1923.<sup>4</sup>

Nella fisica contemporanea l'unità di misura naturale della carica elettrica rimane quella caratteristica del protone (uguale al valore assoluto della carica dell'elettrone) anche se i costituenti dei nucleoni (i quark) hanno valori pari a  $-1/3$  e  $2/3$  di  $e$ . La quantizzazione è generalmente indicata specie nel campo dell'elettrodinamica come  $q = ne$ . Solo pochi autori preferiscono esprimerla in una forma diversa: tutte le particelle elementari possiedono una carica pari a un

<sup>4</sup> Al proposito si rimanda all'articolo di Holton citato in bibliografia. Si tenga presente che i dati riportati da Millikan sono solo una parte di quelli ottenuti. I quaderni di laboratorio permettono di capire quanto sia forte per l'autore, l'ipotesi della quantizzazione. Millikan in qualche modo scartò le misure che non si accordavano alla sua idea di una unità elementare prossima al valore  $4,7 \cdot 10^{-10}$  ues.

multiplo intero di un terzo della carica di un elettrone. A tutt'oggi sia nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica che in quello del modello standard delle particelle la quantizzazione della carica elettrica è un'ipotesi fondata su evidenze sperimentali, ma non un risultato ottenuto a partire da assunzioni teoriche.

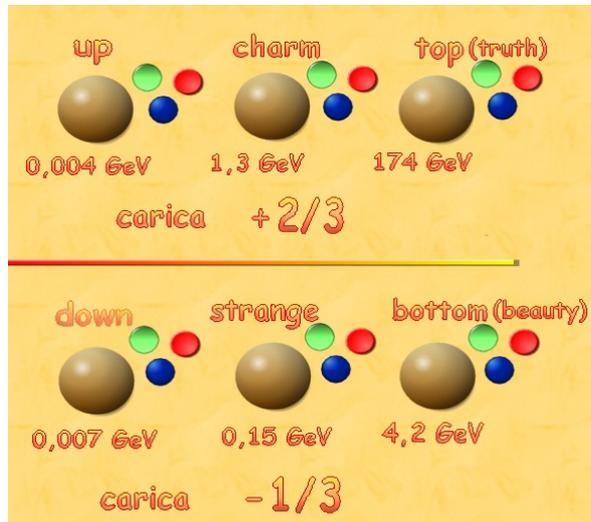


Fig.4 Carica frazionaria dei quark

### Effetto Hall quantistico

Oggi gli studi di gas di elettroni bidimensionali sono passati da modelli di interesse speculativo a guida per importanti fenomeni fisici. Ciò è stato reso possibile dapprima con l'avvento dei transistor a effetto di campo (MOSFET), poi con le eterostrutture di gallio e arseniuro di gallio e alluminio, e recentemente con la scoperta del grafene. Tutti esempi di conduttori nei quali gli elettroni sono liberi di muoversi in un piano. La ricerca fisica sui sistemi quantistici in due dimensioni a bassissime temperature (pochi kelvin o frazioni di kelvin) e sotto l'influenza di elevati campi magnetici (dell'ordine di 10 tesla) ha portato alla scoperta di due distinti effetti di Hall quantistici (intero e frazionario). Consideriamo un conduttore, attraversato da una corrente e sottoposto a un campo magnetico perpendicolare alla direzione della corrente. Nell'Ottocento Edwin Hall scoprì che oltre alla differenza di potenziale lungo la direzione della corrente si crea un accumulo di cariche (dovuto alla forza di Lorentz) ai bordi e quindi una tensione  $V_H$  nella direzione trasversale (fig. 5). Aumentando il campo, il valore della

tensione cresce.

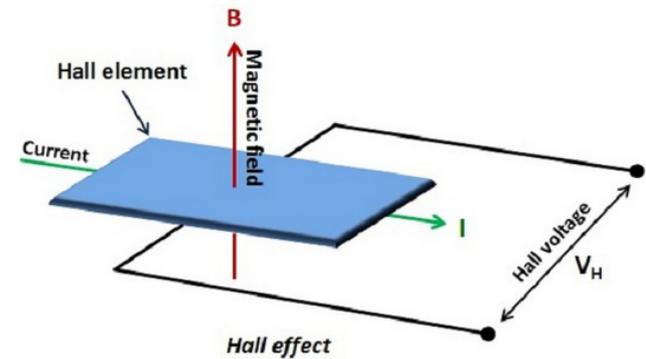


Fig.5 Effetto Hall

Nelle condizioni estreme di un trasporto di cariche limitato a un piano, a una temperatura prossima allo zero assoluto e con intensissimi campi magnetici il rapporto tra  $V_H$  e  $I$ , chiamato resistenza di Hall  $R_H$ , cessa di aumentare in modo proporzionale al campo e assume valori discreti che soddisfano l'equazione:

$$R_H = h/i e^2$$

con  $e$  carica elementare,  $h$  costante di Planck e  $i$  numero naturale.

Nella figura 6 è rappresentato un tipico andamento della resistenza di Hall a diverse temperature e per valori decrescenti di  $i$ . Nella stessa figura è riportata la resistenza lungo la direzione  $x$  che si annulla in corrispondenza del valore costante di  $R_H$ . Il gas bidimensionale di elettroni nell'effetto di Hall quantistico intero diviene un superconduttore che manifesta le sue proprietà macroscopicamente attraverso i valori di tensione e resistenza. Per la sua scoperta del 1980 Klaus von Klitzing (che utilizzava MOSFET di silicio) ricevette nel 1985 il premio Nobel per la fisica.

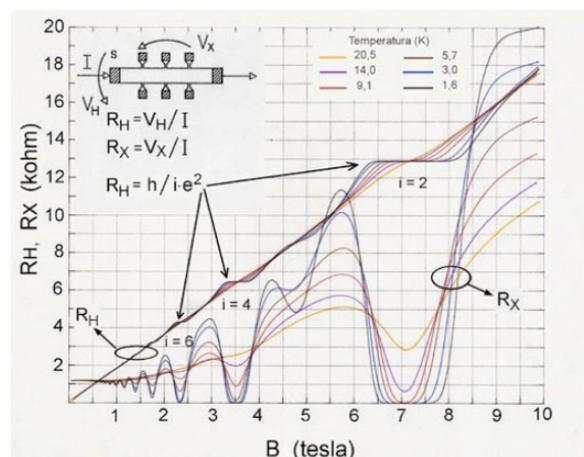


Fig.6 Effetto Hall quantistico intero

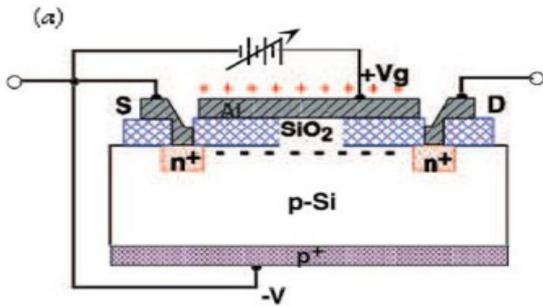


Fig.7 MOSFET di silicio

Dal 1990 la resistenza di Hall che si ottiene per  $i=1$  nell'effetto quantistico intero, ovvero il rapporto  $h/e^2$ , indicato come costante di von Klitzing, è stato posto uguale a:  $R_K=25812,807 \Omega$ , e utilizzato come campione pratico di resistenza nei principali istituti metrologici.

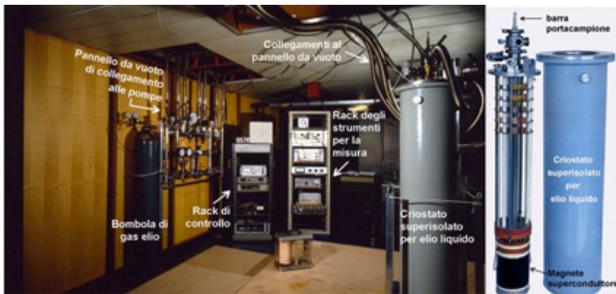


Fig.8 Laboratorio per le misure dell'effetto Hall quantistico dell'INRIM, particolare del criostato, del magnetite superconduttore e della barra portacampione

La precisione di queste misure è elevatissima e i risultati sono universali (indipendenti dal sistema fisico utilizzato) come è stato dimostrato con diversi sistemi bidimensionali. I più recenti dati sulla costante di von Klitzing (riportati dal [The NIST reference on constants, units and uncertainty](#)) sono:  $R_K=(25812,8074434\pm 0,0000084) \Omega$  con un'incertezza relativa di 3,2 parti su 10 miliardi.

La teoria quantistica dell'effetto Hall quantistico intero si basa su un sistema di elettroni non interagenti.

Nel 1982 Daniel Tsui e Horst Störmer, lavorando su eterostrutture di GaAs-AlGaAs, osservarono, a una temperatura prossima a 0,48 K e campi applicati dell'ordine di 15 T, un evento inatteso: un effetto quantistico di Hall per numeri frazionari.

Oggi si ritiene che nei nuovi stati la resistenza di Hall abbia la forma:

$R_H=nh/ne^2$ , con  $m$  e  $n$  interi (nella maggior parte dei casi il denominatore è un numero intero dispari). Nella fig.9 è riportato un esempio di valori della resistenza di Hall e dei relativi termini frazionari.

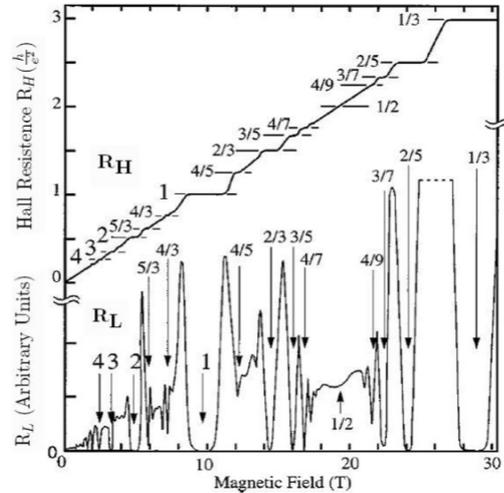


Fig.9 Andamento delle resistenze in funzione del campo magnetico per l'effetto quantistico frazionario

Nel 1998 congiuntamente ai due autori citati, fu assegnato il premio Nobel per la fisica a Robert Betts Laughlin per l'interpretazione teorica del nuovo effetto Hall quantistico basato su valori frazionari della carica dell'elettrone. Il nuovo modello descrive un gas di elettroni correlati. Dopo 30 anni di studi ancora però si è lontani da una piena comprensione dell'effetto Hall quantistico frazionario.



Fig.10 La consegna del Premio Nobel a Horst L. Störmer (a sinistra), Robert B. Laughlin (al centro) e Daniel C. Tsui (a destra)